

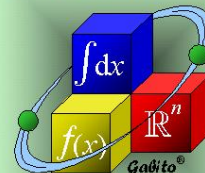
2° PARCIAL 10

Universidad
Tecnológica
Nacional



Facultad Regional Buenos Aires

Apoyo Universitario
en Matemática



Gabriel
15.4192.2372
gabitoutn@hotmail.com

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2010

SEGUNDO PARCIAL – MÓDULO B

TEMA 1

Fecha: 01-03-2010

Apellido..... Nombre:..... Especialidad:.....

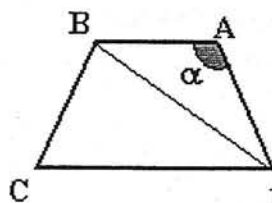
Número de documento:..... Número de Credencial:.....

Hojas	Ejercicio 1	Ejercicio 2		Ejercicio 3	Ejercicio 4		Ejercicio 5		
		2a	2b		4a	4b	5a	5b	CALIFICACIÓN

Corrigió:.....

Supervisó:.....

- La duración del examen es 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación: 50% (2,5 ejercicios) del examen bien resuelto.
Corresponde nota: 4 (CUATRO)
- No se permite retirarse del aula hasta 20 minutos después de haber comenzado el examen.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas analíticamente por procedimientos matemáticos



1] Un terreno de forma de trapezio isósceles tiene una base menor de **84 cm**, la longitud de la diagonal **BD** es **132 cm** y el ángulo interior $\alpha = 115^\circ$.

Calcule la longitud del alambrado que lo cerca y el área del terreno.

2 a] Determine el conjunto solución de la ecuación tal que $x \in [0; 3\pi)$:

$$2^{\sqrt{3}} \sin x = 8^{\cos x}$$

2 b] Sea un triángulo equilátero del cual se conocen dos vértices, los puntos de coordenadas **A(5,5)** y **B(7,5)**. Determine las coordenadas del tercer vértice **C** si su ordenada es menor a 6.



3] El móvil A desarrolla un MRUV desde el punto situado a una abscisa $x_A = 100\text{m}$, su

velocidad inicial y su aceleración son: $v_{0A} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a_A = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. En el mismo instante el

móvil B desarrolla un MRUV de las siguientes características: $x_B = 118,75\text{m}$

$v_{0B} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a_B = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Determine a) instante en que ambos móviles se encuentran b) A que

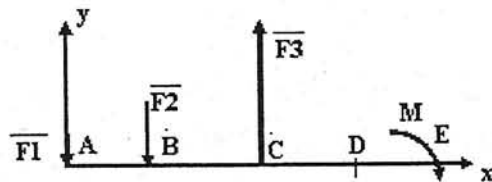
distancia del origen de coordenadas se produjo el encuentro. c) velocidades de ambos móviles al producirse el encuentro.

4 a] Se sabe que $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3t+19}}$ con $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$. Determine t .

4 b] Expresar el vector proyección ortogonal $\overrightarrow{\text{proy}_{\vec{w}} \vec{v}}$, si $\vec{v} = 2\vec{i} + (2x-6)\vec{j}$,

$\vec{w} = (2-y)\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{w} \cdot \vec{v} = 14$ y $\vec{v} - \vec{w} = y\vec{i} + (2y)\vec{j}$.

5 a] La barra rígida de la figura se encuentra sometida a la acción de un sistema de fuerzas plano. Determine el sistema equilibrante a aplicar en el punto D.

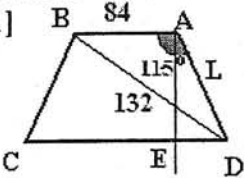


$A=(0,0)\text{m}$ $B=(2,0)\text{m}$ $C=(5,0)\text{m}$ $D=(7,0)\text{m}$ $E=(8,0)\text{m}$
 $\vec{F}_1(0,0) = (0, -100)\text{N}$ $\vec{F}_2(2,0) = (0, -300)\text{N}$
 $\vec{F}_3(5,0) = (0, 600)\text{N}$ $M(8,0) = -500\text{Nm}$

5 b] En un punto de un cuerpo rígido actúan las fuerzas coplanares:

$\vec{F}_1(0,0) = (50, 50\sqrt{3})\text{N}$, $\vec{F}_2(0,0) = (200, 0)\text{N}$, $\vec{F}_3(0,0) = (100\text{N}, 330^\circ)$. Determine la fuerza equivalente aplicada en el punto $(0,0)$.

TEMA 1

1]  $132^2 = 84^2 + L^2 - 2 \cdot 84 \cdot L \cdot \cos 115^\circ$, $L \cong 72,3344$
 $115^\circ - 90^\circ = 25^\circ$, $\sin 25^\circ = |ED| / L$, $\cos 25^\circ = |AE| / L$
 $|ED| \cong 30,57$, $|AE| \cong 65,55$ y $|CD| = 84 + 2|ED| \cong 145,14$
 Perímetro $P = 2L + 84 + 145,14 \cong 373,8 \text{ cm}$
 Área $A = \frac{1}{2} (84 + 145,14) \cdot |AE| \cong 7510,06 \text{ cm}^2$

2 a] $2\sqrt{3} \sin x = 8 \cos x = (2^3) \cos x = 2^3 \cos x$, $\sqrt{3} \sin x = 3 \cos x$
 $\tan x = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$, $(x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi) \wedge k \in \mathbb{Z}$, $S = \{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\}$

2b] $A = (5,5)$ $B = (7,5)$ $C = (x,y)$, por ser equilátero $|\vec{AB}| = |\vec{AC}| = |\vec{BC}| = 2$
 $|\vec{AC}| = \sqrt{(x-5)^2 + (y-5)^2} = 2$ \wedge $|\vec{BC}| = \sqrt{(x-7)^2 + (y-5)^2} = 2$
 $(x-5)^2 = (x-7)^2 \therefore x = 6$; $y_1 = 5 + \sqrt{3}$; $y_2 = 5 - \sqrt{3}$ $C = (6; 5 - \sqrt{3})$

3] a) $x_A = x_{0A} + v_{0A}t + \frac{1}{2}a_A t^2$ y $x_B = x_{0B} + v_{0B}t + \frac{1}{2}a_B t^2$ en el instante del encuentro t_E se cumple $x_A = x_B \rightarrow (x_{0A} - x_{0B}) + (v_{0A} - v_{0B})t_E + \frac{1}{2}(a_A - a_B)t_E^2 = 0$
 $-18,75 + 5t_E + t_E^2 = 0 \rightarrow t_E = 2,5s$

b) $x_A = x_{0A} + v_{0A}t_E + \frac{1}{2}a_A t_E^2 = 100 + 25 + 3,125 = 128,125m$
 $x_B = x_{0B} + v_{0B}t_E + \frac{1}{2}a_B t_E^2 = 118,75 + 12,5 - 3,125 = 128,125m$

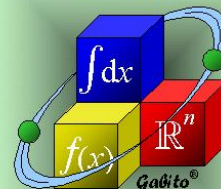
$x_A = x_B = 128,125m \rightarrow$
 c) $V_{EA} = v_{0A} + a_A t_E = 10 + 2,5 = 12,5 \frac{m}{s}$, $V_{EB} = v_{0B} + a_B t_E = 5 - 2,5 = 2,5 \frac{m}{s}$

4a] $\sin \alpha = \frac{1}{|-3t+19|}$, $0 \leq \frac{1}{|-3t+19|} \leq \frac{1}{2}$ ya que $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$.
 $|-3t+19| \geq 2$, $-3t+19 \geq 2 \vee -3t+19 \leq -2$, $t \leq \frac{17}{3} \vee t \geq 7$, $S = (-\infty; \frac{17}{3}] \cup [7; +\infty)$

4 b] $\vec{w} \cdot \vec{v} = 14 = (2-y)2 + 4(2x-6) = 8x-2y-20$, $\vec{v} - \vec{w} = y\vec{i} + (2y)\vec{j} = (2-(2-y))\vec{i} + (2x-6-4)\vec{j}$
 $8x-2y = 34 \wedge 2-(2-y) = y \wedge 2y = 2x-6-4$, $x = 4 \wedge y = -1$
 $\vec{v} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{w} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, así $\text{proy}_{\vec{w}} \vec{v} = \frac{14}{25} (3, 4) = (\frac{42}{25}, \frac{56}{25})$

5a] $\sum F_{yi} + E_Y = -100 - 300 + 600 + E_Y = 0 \rightarrow E_Y = -200N$
 $\sum M_{Fi}^D + M + M_E = 700 + 1500 - 1200 - 500 + M_E = 0 \rightarrow M_E = -500Nm$
 Sistema equilibrante en el punto (7,0) $E(7,0) = (0, -200)Nm$, $M(7,0) = -500Nm$

5b] $\sum F_{xi} = R_X = 50 + 200 + 50\sqrt{3} \cong 336,60N$ $\vec{R}(0,0) \cong (336.60, 36.60)N$
 $\sum F_{yi} = R_Y = 50\sqrt{3} - 50 \cong 36,60N$



SEMINARIO UNIVERSITARIO 2010

SEGUNDO PARCIAL – MÓDULO B

TEMA 2

Fecha: 01-03-2010

Apellido:..... Nombre:..... Especialidad:.....

Número de documento:..... Número de Credencial:.....

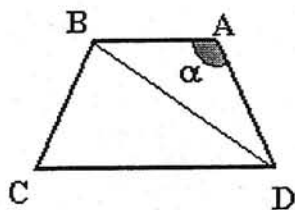
Hojas	Ejercicio 1	Ejercicio 2		Ejercicio 3	Ejercicio 4		Ejercicio 5		CALIFICACIÓN
		2a	2b		4a	4b	5a	5b	

Corrigió:.....

Supervisó:.....

- La duración del examen es 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación: 50% (2,5 ejercicios) del examen bien resuelto.
Corresponde nota: 4 (CUATRO)
- No se permite retirarse del aula hasta 20 minutos después de haber comenzado el examen.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas analíticamente por procedimientos matemáticos

1]



Un terreno de forma de trapezio isósceles tiene una base menor de **75 cm**, la longitud de la diagonal **BD** es **120 cm** y el ángulo interior $\alpha = 122^\circ$.

Calcule la longitud del alambrado que lo cerca y el área del terreno.

2 a) Determine el conjunto solución de la ecuación tal que $x \in [0; 3\pi)$:

$$27^{\sin x} = 3^{\sqrt{3} \cos x}$$



2 b] Sea un triángulo equilátero del cual se conocen dos vértices, los puntos de coordenadas $A(6,4)$ y $B(4,4)$. Determine las coordenadas del tercer vértice C si su ordenada es menor a 5.

3) El móvil A desarrolla un MRUV desde el punto situado a una abscisa $x_A = 150\text{m}$, su velocidad inicial y su aceleración son: $v_{0A} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a_A = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. En el mismo instante el

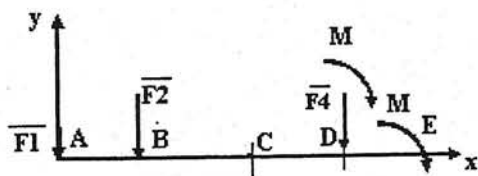
móvil B desarrolla un MRUV de las siguientes características: $x_B = 179,75\text{m}$

$v_{0B} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a_B = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Determine a) instante en que ambos móviles se encuentran b) A que distancia del origen de coordenadas se produjo el encuentro. c) velocidades de ambos móviles al producirse el encuentro

4 a] Se sabe que $\cos \alpha = \frac{1}{|-5t+33|}$ con $\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. Determine t .

4 b] Expresar el vector proyección ortogonal $\overrightarrow{\text{proy}_{\vec{v}} \vec{w}}$, si $\vec{w} = (2x-6)\vec{i} + 2\vec{j}$
 $\vec{v} = 4\vec{i} + (2-y)\vec{j}$, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 14$ y $\vec{w} - \vec{v} = (2y)\vec{i} + y\vec{j}$.

5 a] La barra rígida de la figura se encuentra sometida a la acción de un sistema de fuerzas plano. Determine el sistema equilibrante a aplicar en el punto C.



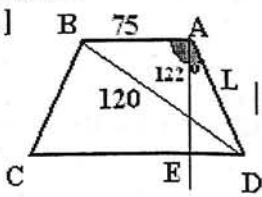
$$\begin{aligned} A &= (0,0)\text{m} \quad B = (2,0)\text{m} \quad C = (5,0)\text{m} \quad D = (7,0)\text{m} \quad E = (8,0)\text{m} \\ \vec{F}_1(0,0) &= (0, -100)\text{N} \quad \vec{F}_2(2,0) = (0, -300)\text{N} \\ \vec{F}_4(7,0) &= (0, 200)\text{N} \quad M(8,0) = -500\text{Nm} = M(7,0) \end{aligned}$$

5 b] En un punto de un cuerpo rígido actúan las fuerzas coplanares:

$\vec{F}_1(0,0) = (50, 50\sqrt{3})\text{N}$, $\vec{F}_2(0,0) = (200,0)\text{N}$, $\vec{F}_3(0,0) = (100\text{N}, 330^\circ)$. Determine la fuerza equilibrante aplicada en el punto $(0,0)$.

TEMA 2

1]



$$120^2 = 75^2 + L^2 - 2 \cdot 75 \cdot L \cdot \cos 122^\circ, \quad L \cong 62,0135$$

$$122^\circ - 90^\circ = 32^\circ, \quad \sin 32^\circ = |ED| / L, \quad \cos 32^\circ = |AE| / L$$

$$|ED| \cong 32,8622, \quad |AE| \cong 52,5904 \text{ y } |CD| = 75 + 2|ED| \cong 140,724$$

Perímetro $P = 2L + 75 + 140,724 \cong 339,751 \text{ cm}$
 Área $A = \frac{1}{2} (75 + 140,724) \cdot |AE| \cong 5672,52 \text{ cm}^2$

2a] $27^{\sin x} = 3^{\sqrt{3} \cos x} = (3^3)^{\sin x} = 3^{3 \sin x}, \quad \sqrt{3} \cos x = 3 \sin x$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad (x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi) \wedge k \in \mathbb{Z}, \quad S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{13\pi}{6} \right\}$$

2b] $A = (6,4) \quad B = (4,4) \quad C = (x,y)$, por ser equilátero $|\vec{AB}| = |\vec{AC}| = |\vec{BC}| = 2$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{(x-6)^2 + (y-4)^2} = 2 \quad \wedge \quad |\vec{BC}| = \sqrt{(x-4)^2 + (y-4)^2} = 2$$

$$(x-6)^2 = (x-4)^2 \quad \therefore \quad x = 5; \quad y_1 = 4 + \sqrt{3}; \quad y_2 = 4 - \sqrt{3} \quad C = (5, 4 - \sqrt{3})$$

3] a) $x_A = x_{0A} + v_{0A}t + \frac{1}{2}a_A t^2$ y $x_B = x_{0B} + v_{0B}t + \frac{1}{2}a_B t^2$ en el instante del encuentro t_E

se cumple $x_A = x_B \rightarrow (x_{0A} - x_{0B}) + (v_{0A} - v_{0B})t_E + \frac{1}{2}(a_A - a_B)t_E^2 = 0$

$$-29,75 + 5t_E + t_E^2 = 0, \quad t_E = 3,5s$$

b) $x_A = x_{0A} + v_{0A}t_E + \frac{1}{2}a_A t_E^2 = 150 + 52,5 + 6,125 = 208,625m$

$$x_B = x_{0B} + v_{0B}t_E + \frac{1}{2}a_B t_E^2 = 179,75 + 35 - 6,125 = 208,625m$$

$$x_A = x_B = 208,625m \rightarrow$$

c) $V_{EA} = v_{0A} + a_A t_E = 15 + 3,5 = 18,5 \frac{m}{s}, \quad V_{EB} = v_{0B} + a_B t_E = 10 - 3,5 = 6,5 \frac{m}{s}$

4a] $\cos \alpha = \frac{1}{|-5t+33|}, \quad 0 \leq \frac{1}{|-5t+33|} \leq \frac{1}{2}$ ya que $\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

$$|-5t+33| \geq 2, \quad -5t+33 \geq 2 \vee -5t+33 \leq -2, \quad t \leq \frac{31}{5} \vee t \geq 7, \quad S = (-\infty; \frac{31}{5}] \cup [7; +\infty)$$

4 b]

$$\vec{w} \cdot \vec{v} = 14 = 4(2x-6) + (2-y)2 = 8x-2y-20, \quad \vec{w} - \vec{v} = (2y)\vec{i} + y\vec{j} = (2x-6-4)\vec{i} + (2-(2-y))\vec{j}$$

$$8x-2y=34 \quad \wedge \quad 2y=2x-6-4 \wedge y=2-(2-y), \quad x=4 \wedge y=-1$$

$$\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \vec{w} = 2\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \text{así} \quad \operatorname{proy}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{14}{25} (4, 3) = \left(\frac{56}{25}, \frac{42}{25} \right)$$

5a] $\sum F_{yi} + E_Y = -100 - 300 - 200 + E_Y = 0 \rightarrow E_Y = 600N$

$$\sum M_{Fi}^D + M + M_E = 500 + 900 - 500 - 500 - 400 + M_E = 0 \rightarrow M_E = 0Nm$$

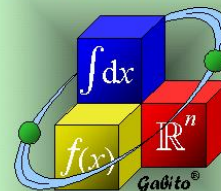
Sistema equilibrante en el punto $(5,0) \quad \vec{E}(5,0) = (0,600)Nm$

5b]

$$\sum F_{Xi} + E_X = 50 + 200 + 50\sqrt{3} + E_X = 0, \quad E_X \cong -336,60N$$

$$\sum F_{Yi} + E_Y = 50\sqrt{3} - 50 + E_Y = 0, \quad E_Y \cong -36,60N$$

$$\vec{E}(0,0) \cong (-336,60, -36,60)N$$



SEMINARIO UNIVERSITARIO 2010

SEGUNDO PARCIAL – MÓDULO B

TEMA 3

Fecha: 01-03-2010

Apellido..... Nombre:.....Especialidad:.....

Número de documento:..... Número de Credencial:.....

Hojas	Ejercicio 1	Ejercicio 2		Ejercicio 3	Ejercicio 4		Ejercicio 5		CALIFICACIÓN
		2a	2b		4a	4b	5a	5b	

Corrigió:.....

Supervisó:.....

- La duración del examen es 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación: 50% (2,5 ejercicios) del examen bien resuelto.
Corresponde nota: 4 (CUATRO)
- No se permite retirarse del aula hasta 20 minutos después de haber comenzado el examen.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas analíticamente por procedimientos matemáticos

1] Dos barcos **P** y **Q** se alejan simultáneamente del puerto **O**. **P** viaja hacia el norte sobre una trayectoria rectilínea con una velocidad constante de **25 km/h**; **Q** se dirige sobre una trayectoria rectilínea en una dirección a **120°** de la dirección de desplazamiento de **P** con una velocidad de **30 km/h**.

Determine la distancia entre **P** y **Q** cuatro horas después de haber partido y el ángulo \widehat{OQP} en ese instante.

2 a] Determine el conjunto solución de la ecuación tal que $x \in [0; 2\pi)$:

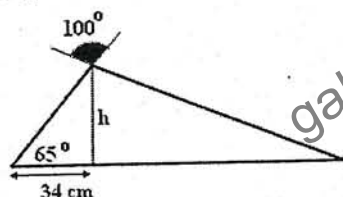
$$8 \cos^2 x + 4 \sin^2 x = -14 \sin x$$

2 b] Halle **t** componente del vector $\vec{w} = (2, t)$. Si el vector proyección de $\vec{v} + \vec{w}$ sobre $\vec{v} = (3, -1)$ es $\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j}$.



3) Desde un vector posición $\vec{x} = (0, 200)\text{m}$ se lanza un proyectil en dirección horizontal. La trayectoria del proyectil responde a la función $y = -0,02x^2 + 200$, $x \geq 0 \wedge 0 \leq y \leq 200$. No considere el rozamiento con la atmósfera. Determine a) el alcance horizontal del proyectil al llegar al nivel 0 b) el tiempo que tarda el proyectil para llegar a ese nivel c) El vector velocidad inicial del proyectil. Adopte $|g| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4 a]



Calcule el área del triángulo, si se sabe dos ángulos interiores y la longitud de un segmento (entre un vértice y un extremo del segmento altura).

4 b] El punto de coordenadas $\left(\frac{9}{4}, -\frac{121}{4}\right)$ es el vértice de la parábola representativa de $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 4x^2 + bx + c$, y $g: [0; 2\pi) \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = \cos x$.

Determine el conjunto de ceros de la función compuesta $f \circ g$.

5 a] Estudie el equilibrio del sistema de fuerzas plano.

$$\vec{F}_1(0,0) = (0, -100)\text{N}, \vec{F}_2(2,0) = (0, -300)\text{N}, \vec{F}_3(5,0) = (0, 600)\text{N}, \vec{F}_4(7,0) = (0, -200)\text{N}$$

$$M(7,0) = -500\text{Nm} \quad M(8,0) = -500\text{Nm}$$

5 b] Dado el sistema de fuerzas concurrentes a un punto de un cuerpo rígido, determine las fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_3 , sabiendo que el sistema se encuentra en equilibrio.

$$\vec{F}_1 = (|\vec{F}_1|, 60^\circ), \vec{F}_2 = (200, 0)\text{N}, \vec{F}_3 = (|\vec{F}_3|, 330^\circ), \vec{F}_4 = (-336.60, -36.60)\text{N}$$

TEMA 3

$$1] \quad OP = 25 \frac{\text{Km}}{h} 4h = 100 \text{ Km} \quad , \quad OQ = 30 \frac{\text{Km}}{h} 4h = 120 \text{ Km}$$

$$PQ^2 = 100^2 + 120^2 - 2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot \cos 120^\circ \quad , \quad \text{así } PQ \cong 190,788 \text{ Km}$$

$$\frac{100}{\sin \hat{OQP}} = \frac{190,788}{\sin 120^\circ} \quad \sin \hat{OQP} \cong 0,453921 \quad , \quad \text{entonces } \hat{OQP} \cong 26^\circ 59' 43''$$

$$2a] \quad 8(1 - \sin^2 x) + 4 \sin^2 x + 14 \sin x - 8 = 0 \quad , \quad 4 \sin^2 x - 14 \sin x - 8 = 0$$

con $z = \sin x$

$$4z^2 - 14z - 8 = 0 \Rightarrow z = 4 \vee z = -\frac{1}{2} \quad , \quad \sin x = -\frac{1}{2} \quad , \quad S = \left\{ \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$$

$$\bar{v} + \bar{w} = (3, -1) + (2, t) = (5, t-1)$$

$$2b] \quad \frac{(\bar{v} + \bar{w}) \cdot \bar{v}}{\|\bar{v}\|^2} \bar{v} = \left(1, -\frac{1}{3}\right) = \frac{(5, t-1) \cdot (3, -1)}{10} (3, -1), \frac{16-t}{10} (3, -1) = \left(1, -\frac{1}{3}\right) \quad , \quad t = \frac{38}{3}$$

$$3] \quad a) \quad y = -0,02x^2 + 200 \quad , \quad x \geq 0 \wedge 0 \leq y \leq 200 \quad | \quad y = 0 \rightarrow x = \text{alcance} \rightarrow x = 100 \text{ m}$$

$$b) \quad y = y_0 - \frac{gt^2}{2} \rightarrow t^2 = 40 \rightarrow t = \sqrt{40} \cong 6,32 \text{ s}$$

$$c) \quad x = x_0 + v_{0x} t = 100 \rightarrow v_{0x} = \frac{100}{\sqrt{40}} = 15,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$4a] \quad h = 34 \cdot \tan 65^\circ \quad , \quad h = 72,9132 \quad , \quad 100^\circ - (90^\circ - 65^\circ) = 75^\circ$$

B : Base $\quad , \quad B - 34 = x \wedge x = \tan 75^\circ \cdot 72,9132 = 272,116 \quad , \quad \text{así } B = 306,116$

$$\text{Area: } A = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{306,116 \cdot 72,9132}{2} \quad , \quad A = 11159,95 \text{ cm}^2$$

$$4b] \quad X_v = -\frac{b}{2a} = \frac{9}{4} \quad , \quad b = -18 \quad ; \quad Y_v = 2\left(\frac{9}{4}\right)^2 - 18\left(\frac{9}{4}\right) + c = \frac{121}{4} \quad , \quad c = -10$$

$$f(x) = 4x^2 - 18x - 10 \quad , \quad \text{Im}_g \subseteq D_f \quad [-1; 1] \subseteq \mathbb{R}$$

$$f(g(x)) = 4 \cos^2 x - 18 \cos x - 10 = 0$$

$$4z^2 - 18z - 10 = 0 \quad , \quad z = 5 \vee z = -\frac{1}{2} \quad \text{con } z = \cos x \quad \cos x = -\frac{1}{2} \quad , \quad C = \left\{ \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \right\}$$

5a]

$$\sum F_{Yi} = -100 - 300 + 600 - 200 = 0 \text{ N}$$

$$\sum M_{Fi}^{(0,0)} + M_i = -600 + 3000 - 1400 - 500 - 500 = 0 \text{ Nm}$$

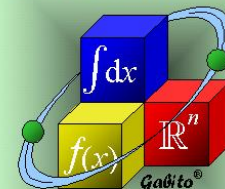
El sistema se encuentra en equilibrio

5b] Al estar en equilibrio es

$$\sum F_{Xi} = 0 = \frac{|\overline{F1}|}{2} + 200 + \frac{|\overline{F3}|}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} - 336,60$$

$$\rightarrow |\overline{F3}| = 100 \text{ N y } |\overline{F1}| = 100 \text{ N}$$

$$\sum F_{Yi} = 0 = \frac{|\overline{F1}| \sqrt{3}}{2} - \frac{|\overline{F3}|}{2} - 36,6$$



SEMINARIO UNIVERSITARIO 2010

SEGUNDO PARCIAL – MÓDULO B

TEMA 4

Fecha: 01-03-2010

Apellido..... Nombre:.....Especialidad:.....

Número de documento:..... Número de Credencial:.....

Hojas	Ejercicio 1	Ejercicio 2		Ejercicio 3	Ejercicio 4		Ejercicio 5		CALIFICACIÓN
		2a	2b		4a	4b	5a	5b	

Corrigió:.....

Supervisó:.....

- La duración del examen es 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación: 50% (2,5 ejercicios) del examen bien resuelto.
Corresponde nota: 4 (CUATRO)
- No se permite retirarse del aula hasta 20 minutos después de haber comenzado el examen.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas analíticamente por procedimientos matemáticos

1] Dos barcos **A** y **B** se alejan simultáneamente del puerto **O**. **A** viaja hacia el norte sobre una trayectoria rectilínea con una velocidad constante de **30 km/h**; **B** se dirige sobre una trayectoria rectilínea en una dirección a **120°** de la dirección de desplazamiento de **A** con una velocidad de **40 km/h**.

Determine la distancia entre **A** y **B** tres horas después de haber partido y el ángulo **OĤA** en ese instante.

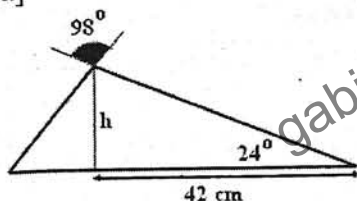
2 a] Determine el conjunto solución de la ecuación tal que $x \in [0; 2\pi)$:

$$3 \operatorname{sen}^2 x + 5 \cos^2 x = 7 \cos x$$

2 b] Halle **t** componente del vector $\vec{v} = (t, 3)$. Si el vector proyección de $\vec{v} + \vec{w}$ sobre $\vec{w} = (2, -1)$ es $6\vec{i} - 3\vec{j}$.

3] Desde un vector posición $\vec{x} = (50, 400)\text{m}$ se lanza un proyectil en dirección horizontal. La trayectoria del proyectil responde a la función $y = -0,16x^2 + 16x$, $x \leq 50 \wedge 0 \leq y \leq 400$. No considere el rozamiento con la atmósfera. Determine a) el alcance horizontal del proyectil al llegar al nivel 0 b) el tiempo que tarda el proyectil para llegar a ese nivel c) El vector velocidad inicial del proyectil. Adopte $|g| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4 a]



Calcule el área del triángulo, si se sabe dos ángulos interiores y la longitud de un segmento (entre un vértice y un extremo del segmento altura).

4 b] El punto de coordenadas $\left(\frac{7}{4}, -\frac{81}{8}\right)$ es el vértice de la parábola representativa de $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 2x^2 + bx + c$, y $g: [0; 2\pi) \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = \sin x$.

Determine el conjunto de ceros de la función compuesta $f \circ g$.

5 a] Estudie el equilibrio del sistema de fuerzas plano.

$$\vec{F}_1(0,0) = (0, -100)\text{N}, \vec{F}_2(2,0) = (0, -300)\text{N}, \vec{F}_3(5,0) = (0, 600)\text{N}, \vec{F}_4(7,0) = (0, -200)\text{N}$$

$$M(7,0) = 500\text{Nm} \quad M(8,0) = 500\text{Nm}$$

5 b] Dado el sistema de fuerzas concurrentes a un punto de un cuerpo rígido, determine las fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , sabiendo que el sistema se encuentra en equilibrio.

$$\vec{F}_1 = (|\vec{F}_1|, 60^\circ), \vec{F}_2 = (|\vec{F}_2|, 0^\circ), \vec{F}_3 = (100\text{N}, 330^\circ), \vec{F}_4 = (-336.60, -36.60)\text{N}$$

TEMA 4

1] $OA = 30 \frac{\text{Km}}{h} 3h = 90 \text{ Km}$ y $OB = 40 \frac{\text{Km}}{h} 3h = 120 \text{ Km}$

$AB^2 = 90^2 + 120^2 - 2 \cdot 90 \cdot 120 \cdot \cos 120^\circ$, así $AB \cong 182,483 \text{ Km}$

$\frac{90}{\sin \hat{O}BA} = \frac{182,483}{\sin 120^\circ}$, $\sin \hat{O}BA \cong 0,427121$, entonces $\hat{O}BA \cong 25^\circ 17' 6''$

2a] $3(1 - \cos^2 x) + 5 \cos^2 x - 7 \cos x = 0$, $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$ $z = \cos x$

$2z^2 - 7z + 3 = 0 \Rightarrow z = 3 \vee z = \frac{1}{2}$, $\cos x = \frac{1}{2}$ $S = \left\{ \frac{1}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi \right\}$

2b]

$\vec{v} + \vec{w} = (t, 3) + (2, -1) = (t+2, 2)$

$\frac{(\vec{v} + \vec{w}) \cdot \vec{w}}{\|\vec{w}\|^2} \vec{w} = (6, -3) = \frac{(t+2, 2) \cdot (2, -1)}{5} (2, -1)$, $\frac{2t+2}{5} (2, -1) = (6, -3)$, $t = \frac{13}{2}$

3] a) $y = -0,16x^2 + 16x$, $x \leq 50$ $0 \leq y \leq 400$ $y = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow a = 50 \text{ m}$

b) $y = y_0 - \frac{gt^2}{2} \rightarrow t^2 = 80 \rightarrow t = \sqrt{80} \cong 8,94 \text{ s}$

c) $x = x_0 + v_{0x}t = 0 \rightarrow v_{0x} = \frac{-50}{\sqrt{80}} \cong -5,59 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

4a] $h = 42 \cdot \tan 24^\circ$, $h = 18,6996$, $98^\circ - (90^\circ - 24^\circ) = 32^\circ$
B: Base, $B - 42 = x \wedge x = \tan 32^\circ \cdot 18,7 = 11,6848$, así $B = 53,6848$

Area: $A = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{53,6848 \cdot 18,6996}{2}$, $A = 501,942 \text{ cm}^2$

4b] $X_v = -\frac{b}{2a} = \frac{7}{4}$, $b = -7$, $Y_v = 2\left(\frac{7}{4}\right)^2 - 7\frac{7}{4} + c = -\frac{81}{8}$, $c = -4$

$f(x) = 2x^2 - 7x - 4$, $I_g \subseteq D_f$: $[-1; 1] \subseteq \mathbb{R}$

$f(g(x)) = 2 \sin^2 x - 7 \sin x - 4 = 0$, con $z = \sin x$

$2z^2 - 7z - 4 = 0$, $z = 4 \vee z = -\frac{1}{2}$, $\sin x = -\frac{1}{2}$, $C = \left\{ \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$

5a] $\sum F_{Yi} = -100 - 300 + 600 - 200 = 0 \text{ N}$

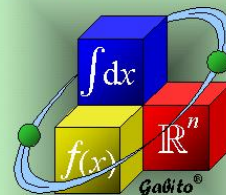
$\sum M_{Fi}^{(0,0)} + M_i = -600 + 3000 - 1400 + 500 + 500 = 2000 \text{ Nm}$

El sistema no se encuentra en equilibrio

5b] Al estar en equilibrio es

$\sum F_{xi} = 0 = \frac{|F1|}{2} + |F2| + 50\sqrt{3} - 336,60$
 $\rightarrow |F2| = 200 \text{ N y } |F1| = 100 \text{ N}$

$\sum F_{yi} = 0 = \frac{|F1|\sqrt{3}}{2} - 50 - 36,6$



SEMINARIO UNIVERSITARIO 2010

SEGUNDO PARCIAL – MÓDULO B

TEMA 5

Fecha: 01-03-2010

Apellido:..... Nombre:..... Especialidad:.....

Número de documento:..... Número de Credencial:.....

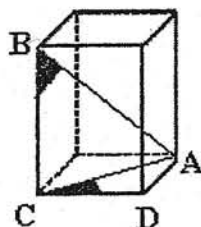
Hojas	Ejercicio 1	Ejercicio 2		Ejercicio 3	Ejercicio 4		Ejercicio 5		CALIFICACIÓN
		2a	2b		4a	4b	5a	5b	

Corrigió:.....

Supervisó:.....

- La duración del examen es 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación: 50% (2,5 ejercicios) del examen bien resuelto.
Corresponde nota: 4 (CUATRO)
- No se permite retirarse del aula hasta 20 minutos después de haber comenzado el examen.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas analíticamente por procedimientos matemáticos

1]



Calcule el volumen del prisma de base rectangular, si se conoce la medida de los ángulos (planos) $\hat{ACD} : 40^\circ$ y \hat{CBA} de 63° y la longitud de la diagonal AB es de 126 cm.

2 a] Determine el conjunto solución de la ecuación tal que $x \in [0 ; 4\pi)$:

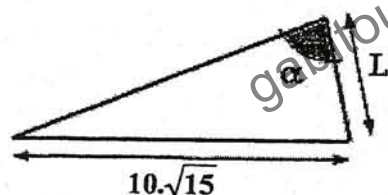
$$\log_{\cos x} \left(\sqrt{\frac{4}{3}} \sin x - \sin^2 x \right) = 2$$

2b] Determine la expresión cartesiana del vector \vec{v} ortogonal a $\vec{w} = -6\vec{i} + 10\vec{j}$, si la suma de sus componentes es 2.

3] Una pelota se encuentra a 10m del piso, desde esa posición se la lanza hacia arriba con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = (0,10)\frac{m}{s}$. Al alcanzar su altura máxima es impactado de tal manera que su nueva velocidad resulta $\vec{v} = (10,0)\frac{m}{s}$. Determine: a) el tiempo total que tarda para llegar al piso. b) el alcance horizontal al llegar al piso. No considere el rozamiento del aire.

Adopte $|g| = 10\frac{m}{s^2}$

4 a]



Dado un triángulo del que se conoce: $\cos \alpha = \frac{5}{9}$, la longitud del lado base, y que otro lado es tres veces el tercer lado. Determine el perímetro.

4 b] Determine el ángulo de inclinación (expreselo en grados, minutos y segundos) de la recta a la que le pertenece el punto de coordenadas $(1, -4)$ y cuya ecuación es $2x + 18y = k$ donde k es una constante a determinar.

5 a] Reduzca el sistema de fuerzas plano al punto $(8,0)$.

$$\vec{F}_1(0,0) = (0, -100)\text{N}, \vec{F}_2(2,0) = (0, -300)\text{N}, \vec{F}_3(5,0) = (0, 600)\text{N}, \\ \vec{F}_4(7,0) = (0, -200)\text{N}, M(7,0) = -500\text{Nm}$$

5 b] Dado el sistema de fuerzas plano:

$$\vec{F}_1(0,0) = (100, 100\sqrt{3})\text{N}, \vec{F}_2(0,2) = (100\text{N}, 180^\circ), \vec{F}_3(0,4) = (200\text{N}, 0^\circ), M = 200\text{Nm}$$

Determine el sistema equilibrante a aplicar en el punto $A = (5,0)$

TEMA 5

$$1) \sin 63^\circ = \frac{CA}{126}, \quad CA \cong 112,27 \text{ cm} ; \quad \cos 63^\circ = \frac{BC}{126}, \quad BC \cong 57,2 \text{ cm}$$

$$\sin 40^\circ = \frac{AD}{112,27}, \quad AD \cong 72,16 \text{ cm} ; \quad \cos 40^\circ = \frac{CD}{112,27}, \quad CD \cong 86 \text{ cm} \quad \text{REGULAR}$$

$$V_{\text{prisma}} = CD \cdot AD \cdot BC, \quad V_p \cong 354985,2 \text{ cm}^3$$

$$2a) \sqrt{\frac{4}{3}} \sin x - \sin^2 x = \cos^2 x, \quad \sqrt{\frac{4}{3}} \sin x - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x, \quad \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{REGULAR}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{7}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi \right\}$$

$$2b) \left. \begin{aligned} (-6, 10)(a, b) &= -6a + 10b = 0 \quad (\text{por ser ortogonales}) \\ a + b &= 2 \end{aligned} \right\}, \quad \bar{V} = \frac{5}{4}\hat{i} + \frac{3}{4}\hat{j}$$

$$3) a) v_{y_{MX}} = 0 = v_{0Y} - gt \rightarrow t = \frac{v_{0Y}}{g} \quad y \quad y_{MX} = y_0 + v_{0Y}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\rightarrow y_{MX} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 10 + 5 = 15 \text{ m} \rightarrow t(y_{MX}) = \frac{10}{10} = 1 \text{ s}$$

$$\text{El tiempo que tarda desde su máxima altura será: } y = 0 = y_{MX} - \frac{gt^2}{2} \rightarrow 15 - 5t^2 = 0 \rightarrow t = \sqrt{3} \text{ s}$$

$$\text{Tiempo total} \quad T_t = t(y_{MX}) + t \cong 2,73 \text{ s} \quad \text{REGULAR}$$

$$b) \quad x = v_x(y_{MX})t = 10\sqrt{3} \cong 17,3 \text{ m}$$

$$4a) (10\sqrt{15})^2 = L^2 + (3L)^2 - 2L3L \cos \alpha \quad \therefore 1500 = 10L^2 - \frac{10}{3}L^2 \Rightarrow L = 15$$

$$\text{Perímetro: } P = 15 + 45 + 10\sqrt{15}$$

$$P = 10(6 + \sqrt{15})$$

$$4b) \quad y = \frac{-2x + k}{18} \quad -4 = \frac{(-2)1 + k}{18} \quad \therefore k = -70, \text{ luego } y = -\frac{1}{9}x - \frac{35}{9} \quad \text{REGULAR}$$

$$\text{tg } \alpha = -\frac{1}{9} \quad \alpha = 173^\circ 39' 35''$$

$$5a) \quad \sum F_{Yi} = R(8,0) = -100 - 300 + 600 - 200 = 0 \text{ N}$$

$$\sum M_F^E + M(7,0) = M_R(8,0) = 800 + 1800 - 1800 + 200 - 500 = 500 \text{ Nm}$$

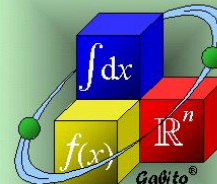
$$\text{Sistema equilibrante} \quad M_R(8,0) = 500 \text{ Nm}$$

$$\sum F_{Xi} = 100 - 100 + 200 + E_X^A = 0 \rightarrow E_X^A = -200 \text{ N}$$

$$5b) \quad \sum F_{Yi} = 100\sqrt{3} + E_Y^A = 0 \rightarrow E_Y^A = -100\sqrt{3} \text{ N} \cong -173 \text{ N}$$

$$\sum M_{Fi}^A + M = -500\sqrt{3} + 200 - 800 + 200 + M_E^A = 0 \rightarrow M_E^A \cong 1266 \text{ Nm}$$

$$\text{El sistema equilibrante en A será } \bar{E}_A(5,0) \cong (-200, -173) \text{ N}, \quad M_E^A \cong 1266 \text{ Nm}$$



SEMINARIO UNIVERSITARIO 2010

SEGUNDO PARCIAL – MÓDULO B

Fecha: 01-03-2010

TEMA 6

Apellido..... Nombre:..... Especialidad:.....

Número de documento:..... Número de Credencial:.....

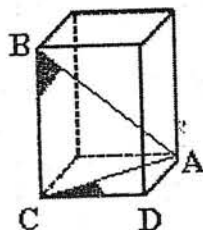
Nro.Hojas	Ejercicio 1	Ejercicio 2		Ejercicio 3	Ejercicio 4		Ejercicio 5		CALIFICACIÓN
		2a	2b		4a	4b	5a	5b	

Corrigió:.....

Supervisó:.....

- La duración del examen es 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación: 50% (2,5 ejercicios) del examen bien resuelto.
Corresponde nota: 4 (CUATRO)
- No se permite retirarse del aula hasta 20 minutos después de haber comenzado el examen.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas analíticamente por procedimientos matemáticos

1]



Calcule el volumen del prisma de base rectangular, si se conoce la medida de los ángulos (planos) $\hat{ACD} : 42^\circ$ y \hat{CBA} de 65° y la longitud de la diagonal AB es de 132 cm.

2 a] Determine el conjunto solución de la ecuación tal que $x \in [0 ; 4\pi)$:

$$\log_{\sin x} (\sqrt{2} \cos x - \cos^2 x) = 2$$

2b] Determine la expresión cartesiana del vector \vec{v} ortogonal a $\vec{w} = 4\vec{i} - 5\vec{j}$, si la primera componente es 2 unidades más que la segunda.



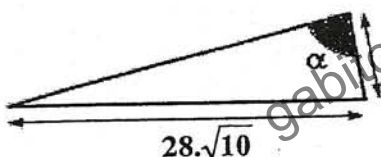
3] Una pelota se encuentra a 10m del piso, desde esa posición se la lanza hacia arriba con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = (0, 20) \frac{m}{s}$. Al alcanzar su altura máxima es impactado de tal manera

que su nueva velocidad resulta $\vec{v} = (10, 0) \frac{m}{s}$. Determine: a) el tiempo total que tarda para

llegar al piso. b) el alcance horizontal al llegar al piso. No considere el rozamiento del aire.

Adopte $|g| = 10 \frac{m}{s^2}$

4 a]



Dado un triángulo del que se conoce: $\cos \alpha = \frac{7}{8}$, la longitud del lado base, y que otro lado es cuatro veces el tercer lado. Determine el perímetro.

4 b] Determine el ángulo de inclinación (expreselo en grados, minutos y segundos) de la recta a la que le pertenece el punto de coordenadas $(2, -6)$ y cuya ecuación es $2x + 18y = k$ donde k es una constante a determinar.

5 a] Reduzca el sistema de fuerzas plano al punto $(7, 0)$.

$$\vec{F}_1(0,0) = (0, -100)N, \vec{F}_2(2,0) = (0, -300)N, \vec{F}_3(5,0) = (0, 600)N, M(8,0) = -500Nm$$

5 b] Dado el sistema de fuerzas plano:

$$\vec{F}_1(0,0) = (100, 100\sqrt{3})N, \vec{F}_2(0,2) = (100N, 180^\circ), \vec{F}_3(0,4) = (200N, 0^\circ), M = 200Nm$$

Determine el sistema equilibrante a aplicar en el punto $A = (0, 5)$

TEMA 6

$$1) \sin 65^\circ = \frac{CA}{132}, CA \cong 119,63 \text{ cm}; \cos 65^\circ = \frac{BC}{132}, BC \cong 55,78 \text{ cm}$$

$$\sin 42^\circ = \frac{AD}{119,63}, AD \cong 80,05 \text{ cm}; \cos 42^\circ = \frac{CD}{119,63}, CD \cong 88,9 \text{ cm}, \text{ REGULAR}$$

$$V_{\text{prisma}} = CD \cdot AD \cdot BC, \quad V_p \cong 396955,3 \text{ cm}^3$$

$$2a) \sqrt{2} \cos x - \cos^2 x = \sin^2 x, \quad \sqrt{2} \cos x - \cos^2 x = 1 - \cos^2 x, \quad \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ REGULAR}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{7}{4}\pi, \frac{9}{4}\pi, \frac{15}{4}\pi \right\}$$

$$2b) \left. \begin{aligned} (4, -5)(a, b) &= 4a - 5b = 0 \text{ (por ser ortogonales)} \\ a &= 2 + b \end{aligned} \right\}, \quad \vec{V} = 10\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$3) a) v_{y_{MX}} = 0 = v_{0Y} - gt \rightarrow t = \frac{v_{0Y}}{g}, \quad y_{MX} = y_0 + v_{0Y}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\rightarrow y_{MX} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 10 + 20 = 30 \text{ m} \rightarrow (y_{MX}) = \frac{20}{10} = 2 \text{ s}$$

$$\text{El tiempo que tarda desde su máxima altura será: } y = 0 = y_{MX} - \frac{gt^2}{2} \rightarrow 30 - 5t^2 = 0 \rightarrow t = \sqrt{6} \text{ s}$$

$$\text{Tiempo total} \quad T_t = t(y_{MX}) + t \cong 4,45 \text{ s} \text{ REGULAR}$$

$$b) x = v_x(y_{MX})t = 10\sqrt{6} \cong 24,5 \text{ m}$$

$$4a) (28\sqrt{10})^2 = L^2 + (4L)^2 - 2L \cdot 4L \cdot \cos \alpha, \quad 7840 = 17L^2 - 7L^2, \quad L = 28$$

$$\text{Perímetro: } P = 28 + 112 + 28\sqrt{10}$$

$$P = 28(5 + \sqrt{10})$$

$$4b) y = \frac{-2x + k}{18}, \quad -6 = \frac{(-2)2 + k}{18}, \quad k = -104 \text{ luego } y = -\frac{1}{9}x - \frac{52}{9} \text{ REGULAR}$$

$$\text{tg } \alpha = -\frac{1}{9}, \quad \alpha = 173^\circ 39' 35''$$

$$5a) \sum F_{Yi} = R_Y = -100 - 300 + 600 = 200 \text{ N}$$

$$\sum M_{Yi} + M = M_D = 700 + 1500 - 500 - 1200 = 500 \text{ Nm}$$

$$\text{El sistema resultante es } R(7,0) = (0,200) \text{ N}, \quad M_R^{(7,0)} = 500 \text{ Nm}$$

5b)

$$\sum F_{Xi} = 100 - 100 + 200 + E_X^A = 0 \rightarrow E_X^A = -200 \text{ N}$$

$$\sum F_{Yi} = 100\sqrt{3} + E_Y^A = 0 \rightarrow E_Y^A = -100\sqrt{3} \text{ N} \cong -173 \text{ N}$$

$$\sum M_{Fi}^A + M = 500 - 300 + 200 + 200 + M_E^A = 0 \rightarrow M_E^A = -600 \text{ Nm}$$

$$\text{El sistema equilibrante en A será } \vec{E}_A(0,5) \cong (-200, -173) \text{ N}, \quad M_E^A = -600 \text{ Nm}$$